AMPLIACION DE MATEMATICAS

(1ª PRUEBA – METODOS NUMERICOS)

Fecha: 4 de Octubre 2011 **Tiempo: 1 hora.**

1). Resolver el siguiente sistema de ecuaciones no lineales realizando dos iteraciones.

$$y + x^2 - 1 - x = 0$$
$$x^2 - 2y^2 - y = 0$$
$$\text{Valores iniciales } x = 0,\ y = 0$$

(3 puntos)

2). Calcular por el método de Gauss con 2x2 puntos $\int_0^2 \left(\int_0^4 (x^3 + y)dy \right) dx$

(4 puntos)

3). Deducir las fórmulas de Newton-Raphson para el caso del sistema no lineal de ecuaciones:

$$f(x, y) = 0$$
$$g(x, y) = 0$$

(3 puntos)

$\int \frac{1}{x^2} dx$

$-\frac{1}{x}$

AMPLIACION DE MATEMATICAS

(2ª PRUEBA – ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS)

Fecha: 3 de Noviembre 2011 **Tiempo: 1 hora y cuarto.**

1). Resolver la ecuación diferencial:

$$y''' + 9y' = x\,\text{sen}x + x^2\, e^{2x}$$ ✓

(2.5 puntos)

2). Resolver la ecuación diferencial: ✓

$(x^2+y^2+2xy)\frac{dy}{dx} = 1.$

$$(x+y)^2 \frac{dy}{dx} = 1$$

→ Factor integrante.

$(x+y)^2 \frac{dy}{dx} - 1 = 0$ $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{(x+y)^2} = 0$

(2.5 puntos)

3). Resolver la ecuación diferencial: ✓

$$(1+x)\left(1+y^2\right)dx + (1+y)\left(1+x^2\right)dy = 0.$$

(2.5 puntos)

4). Resolver por el método de Euler la ecuación diferencial: 2 pasos.

$$y'' - 3y' + 2y = 0\ ;\ y(0) = -1\ ,\ y'(0) = 0$$
$$h = 0.1$$

(2.5 puntos)

AMPLIACION DE MATEMATICAS

(2ª PRUEBA – ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS)

Fecha: 4 de Noviembre 2011 **Tiempo: 1 hora y cuarto.**

1). Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+y=e^{-x}$$

(2.5 puntos)

2). Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{2}{y}-\frac{3y}{2x}$$

¿$y = c x^{3/2} e^{-2x}$?

(2.5 puntos)

3). Resolver la ecuación diferencial:

$$x\frac{dy}{dx}=x+y$$

¿$y = x \ln x$?

(2.5 puntos)

4). Resolver por diferencias finitas la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{dy}{dx}+2y=2(2x^2-x+1) \quad \text{con } y(0)=0 \quad ; \quad y(3)=9$$

$h=1$

(2.5 puntos)

AMPLIACION DE MATEMATICAS

(2ª PRUEBA – ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS)

Fecha: 5 de Noviembre 2012 Tiempo: 1 hora y cuarto.

1). Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx} - (x-y)^2 + 3 = 0 \; ; \; y(0) = 0$$

(2.5 puntos)

2). Resolver la ecuación diferencial:

$$x^2 y' = y^2 + xy \; ; \; y(1) = 1$$

(2.5 puntos)

3). Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} = -3x^2 + 12x - 6 \qquad y(0)=y(3)=0$$

(2.5 puntos)

4). Resolver por diferencias finitas la ecuación diferencial del problema anterior con h=1.

(2.5 puntos)

AMPLIACION DE MATEMATICAS

(2ª PRUEBA – ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS)

Fecha: 7 de Noviembre 2012 **Tiempo: 1 hora y cuarto.**

1). Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{d^4y}{dx^4} - \frac{d^2y}{dx^2} = 4x$$

$> N\cdot$

(2.5 puntos)

2). Resolver la ecuación diferencial:

Puede que lineal.

$$y' = (x - y + 1)^2$$

(2.5 puntos)

3). Resolver la ecuación diferencial:

Puede que exacta.
o homogénea..

$$y\,dx + (3 + 3x - y)\,dy = 0$$

(2.5 puntos)

4). Resolver por el método de Euler usando dos pasos de integración con h=1/2, la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 6 \qquad y(0)=4 \;;\; y'(0)=0$$

(2.5 puntos)

$y_{i+1} = y_i + h\, f(x_i, y_i)$

$-2 - \frac{d\,5}{2}$

$\frac{-4-1}{2} = \frac{-5}{2}$

AMPLIACION DE MATEMATICAS

(3ª PRUEBA – ECUACIONES DERIVADAS PARCIALES)

Fecha: 21 de diciembre 2012 **Tiempo: 1 hora y cuarto.**

1) Dada la ecuación en derivadas parciales:

$$U_{xx} - 4U_{xy} + 4U_{yy} - U_y = e^x \quad \textit{planteada en} \quad 0 < x < \pi; \quad y > 0$$

Se pide obtener una forma canónica y encontrar la solución que cumple las condiciones:

$$U(0,y) = 1 \;;\; U(\pi,y) = e^{\pi}$$

$$U(x,0) = e^{-2x} senx + 5e^{-8x} sen2x + e^x$$

Nota: La solución general se puede obtener como suma de la solución homogénea más una solución particular del problema completo.

(7 puntos)

2).Resolver por diferencias finitas la ecuación en derivadas parciales:

$U_{tt} - 4U_{xx} = 0$ planteada en $0 < x < 8$; $t > 0$

y obtener la solución para t= 2 segundos, sabiendo que las condiciones de contorno e iniciales son:

$$U(0,t) = 0 \quad ; \quad U(8,t)=0$$

$$U(x,0) = -x \quad ; \quad 0 \le x \le 4$$

$$U(x,0) = x - 8 \;; \quad 4 \le x \le 8$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}(x,0) = 2$$

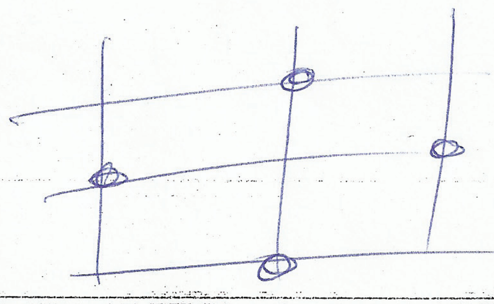
$U_i^{j+1} = U_{i+1}^j + U_{i-1}^j - U_i^{j-1}$

Tomar $\Delta x=1$; $\Delta t=0.5$ segundos.

(3 puntos)

$r = 2x + y.$

$s = x$



AMPLIACION DE MATEMATICAS

Fecha: 6 de Julio 2012 **Tiempo: 2 horas**

1). Dadas las coordenadas(x,y,z) de 5 puntos: A(2,0,0), B(1,1,0), C(0,2,4), D(3,1,4), E(2,3,9). Calcular el valor interpolado de z en el punto P(x=2,y=2) por el método de triangulación.

30

(2.5 puntos)

2). Resolver la ecuación diferencial:

$$(3x^2 - y^2)dy - 2xydx = 0$$

(2 puntos)

45

3). Resolver la ecuación diferencial:

$$y'' - y = x^2 + 2e^x$$

(1.5 puntos)

4). Resolver:

$$U_t = 6U_{xx} \quad \text{en} \quad 0 < x < 2; \quad t > 0$$

con las condiciones de contorno:

$$U(0,t) = U(2,t) = 0$$

y la condición inicial:

$$U(x,0) = 5sen\pi x - 3sen2\pi x$$

sabiendo que la solución se encuentra acotada.

(2 puntos)

45

5).Resolver por diferencias finitas para t=1, la ecuación en derivadas parciales:

$$U_{tt} = 4U_{xx} \text{ en } 0 < x < 8; \; t > 0$$

y obtener la solución teniendo en cuenta la simetría, sabiendo que las condiciones de contorno e iniciales son:

$$U(0,t) = 0 \quad ; \quad U(8,t) = 0$$
$$U(x,0) = x \quad ; \quad 0 \le x \le 4$$
$$U(x,0) = -x + 8 \quad ; \quad 4 \le x \le 8$$
$$\frac{\partial U}{\partial t}(x,0) = 1$$

Tomar $\Delta x=1$, $\Delta t=0.5$.

(2 puntos)

$6 \quad e_{x_1}$

$=$

$y'' - y = x^2 + 2e^x$

$y_h \to y'' - y' = 0$ $\quad r^2 - r$

$m^2 - 1 = 0$

$m = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

$y_h = C_1 e^{-1t} + C_2 e^{+1t}$

$y_{P_1} = (Ax^2 + Bx + C)$

$y'_{P_1} = 2Ax + B$

$y''_{P_1} = 2A$

$2A - Ax^2 - Bx - C = x^2$

$A = -1$

$B = 0$

$2A + C = 0$

$C = 2A = -2$

$y_{P_2} = Dxe^x = (xD + E)e^x$

$y' = De^x + e^x(xD + E)$

$y'' = De^x + 0 + e^x(xD + E) + De^x$

$2De^x + e^x(xD + E) - (xD + E)e^x$

$2De^x + \cancel{e^x xD} + \cancel{e^x E} - \cancel{e^x xD} - \cancel{E e^x}$

$2De^x = 2\cancel{e^x}$

$D = 1$

2 horas

AMPLIACION DE MATEMATICAS

Fecha: 3 de Julio 2013

1). Calcular por el método del trapecio y de Gauss (con 2x2 puntos)

$$\int_{0_a}^{4^b}\left(\int_{0_c}^{2^d}(2x^3+y^3)dy\right)dx$$ 15'

Comparar con la integral exacta. (2 puntos)

2). Resolver la ecuación diferencial:

$$2xy\ln y\,dx+(x^2+y^2\sqrt{y^2+1})dy=0$$

(1.5 puntos)

3). Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx}+y=f(x),\ \ y(0)=0 \qquad f(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1\\ 0, & x>1\end{cases}$$

de modo que y(x) sea continua en x=1.

(1 punto)

60'

4). Resolver la ecuación diferencial:

$$(xy-x^2)\frac{dy}{dx}=x^2+y^2$$

(1.5 puntos)

260 x 2 = 520

5). Dada la ecuación: $2U_{xx}+4U_{xy}+2U_{yy}-U_y-U=0$

$$\textit{planteada en} \quad 0\le x\le \pi; \quad y\ge 0$$

Se pide sabiendo que la solución está acotada

a). obtener la forma canónica

b). encontrar la solución que cumple las condiciones:

25'

$$U(0,y)=U(\pi,y)=0$$

$$U(x,0)=3e^{3x}senx+5e^{9x}sen2x$$

(2.5 puntos)

6). Hallar la solución U para t=1, con un tamaño de paso h=Δx=1 y un incremento de tiempo de 0.5 de la EDP

$$U_t-U_x=0 \qquad 1<x<10, \qquad t>0$$

20'

con las condiciones iniciales:

$$U(x,0)=0 \qquad 1\le x\le 5 \text{ ó } 9\le x\le 10$$

$$U(x,0)=2x-10 \qquad 5<x<6$$

$$U(x,0)=2 \qquad 6\le x\le 8$$

$$U(x,0)=-2x+18 \qquad 8<x<9$$

(1.5 puntos)

$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}=$

$34\left(\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}+1\right)^3+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+1\right)^3\right.$

AMPLIACION DE MATEMATICAS

Fecha: 21 de Enero 2013

1ª PARTE – (METODOS NUMERICOS) Tiempo: 1/2 hora

1.1).Demostrar como se calcula el polinomio interpolador en el método de triangulación.

(4 puntos)

1.2).Conocemos las coordenadas(x,y,z) de 6 puntos:A(2,0,0), B(1,1,0), C(0,2,2), D(3,1,4), E(2,3,9),F(4,3,17), calcular el valor de z en el punto P(x=3,y=2) por el método de triangulación y calcular las derivadas en el punto interpolado.

(6 puntos)

2ª PARTE – (ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS) Tiempo: 1 hora

2.1). Resolver la ecuación diferencial:

$$x\frac{dy}{dx} - 2y = x^4 e^x$$

(3.5 puntos)

2.2). Resolver la ecuación diferencial:

$$y' = (x + y + 1)^2 - 2$$

$\sim$

(3.5 puntos)

2.3). Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + tg(\frac{y}{x})$$

(3 puntos)

5). Dada la ecuación: $$2U_{xx}+4U_{xy}+2U_{yy}-U_y-U=0$$

$$planteada\ en \quad 0\le x\le \pi; \quad y\ge 0$$

Se pide sabiendo que la solución está acotada

a). obtener la forma canónica

25'

b). encontrar la solución que cumple las condiciones:

$$U(0,y)=U(\pi,y)=0$$

$$U(x,0)=3e^{3x}senx+5e^{9x}sen2x$$

(2.5 puntos)

6). Hallar la solución U para t=1, con un tamaño de paso h=Δx=1 y un incremento de tiempo de 0.5 de la EDP

$$U_t-U_x=0 \qquad 1<x<10, \qquad t>0$$

20'

con las condiciones iniciales:

$$U(x,0)=0 \qquad 1\le x\le 5 \ \text{ó}\ 9\le x\le 10$$

$$U(x,0)=2x-10 \qquad 5<x<6$$

$$U(x,0)=2 \qquad 6\le x\le 8$$

$$U(x,0)=-2x+18 \qquad 8<x<9$$

(1.5 puntos)

$$\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}=$$

$$34\left(\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}+1\right)^3+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+1\right)^3\right.$$