1. Conocida la altura neta (o bien su altura de presión equivalente ΔP), el diámetro D, el número de revoluciones en la unidad de tiempo N, las características del fluido (μ, ρ), el caudal está determinado. Habrá, pues, una relación de la forma:

   $F(D, N, \rho, Q, \mu, \Delta p) = 0$

   Plantear la tabla de variables y dimensiones para la obtención de los parámetros de Rateau y obtener solamente el coeficiente de caudal.

   Solución:

	M	L	T
D	0	1	0
N	0	0	-1
ρ	1	-3	0
Q	0	3	-1
μ	1	-1	-1
Δp	1	-1	-2

Coeficiente de caudal: π_Q

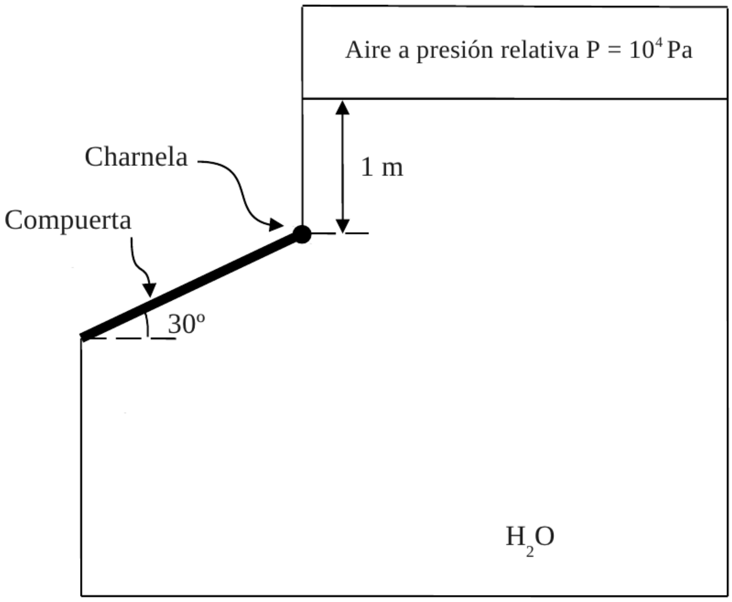
$$\pi_Q = QD^\alpha N^\beta \rho^\gamma$$

$$L^3T^{-1} \cdot L^\alpha \cdot T^{-\beta} \cdot M^\gamma L^{-3\gamma} = M^0L^0T^0$$

$$\left.\begin{array}{rcl} \gamma & = & 0 \\ 3+\alpha-3\gamma & = & 0 \\ -1-\beta & = & 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} \alpha & = & -3 \\ \beta & = & -1 \\ \gamma & = & 0 \end{array}\right.$$

$$\boxed{\pi_Q = \frac{Q}{ND^3}}$$

2. Hallar el peso de la compuerta de la figura (cuadrada de 2 m de lado) para que la resultante de momentos respecto de la charnela sea nula.



Solución:

Altura equivalente:

$$P = \gamma h \ \Rightarrow\ 10^4\text{Pa} = 10^4\,\text{N/m}^3 \cdot h \ \Rightarrow\ h = 1\,\text{m}$$

Empuje del agua:

$$E = \gamma l_G S = 10^4\,\text{N/m}^3 \cdot 2{,}5\,\text{m} \cdot 4\,\text{m}^2 = 100000\,\text{N}$$

Posición del empuje (desde la cota libre con altura equivalente):

$$x_C = x_G + \frac{I_G}{x_G S} = 5 + \frac{\frac{1}{12}2^4}{5 \cdot 2^2} = 5{,}067\,\text{m}$$

Posición del empuje desde la charnela:

$$5{,}067 - 4 = 1{,}067\,\text{m}$$

Momentos en el eje de la charnela:

$$100000\,\text{N} \cdot 1{,}067\,\text{m} = W \cdot 0{,}866\,\text{m}$$

Peso:

$$\boxed{W = 123210\,\text{N} \approx 123\,\text{kN}}$$

FLUIDOS – ENERGÍA Y MULTIGRADO

Teoría 1 – 13 junio 2012

Apellidos ________________________________ Nombre________________ Grupo_________

NOTA: Inventa razonablemente los datos que te falten.

1. Escribe las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos incompresibles y explica el significado físico de sus términos.

una de las dos
$$\begin{cases} \rho F_i - p_{,i} + \mu v_{i,jj} = \rho \dot{v}_i \\ \rho \bar{F} - \operatorname{grad} p + \mu \Delta \bar{v} = \rho \dot{\bar{v}} \end{cases}$$

fuerzas de: masa, presión, viscosidad, inercia

2. Si la entrada al depósito está 20 cm más alta que la superficie libre del canal, ¿cuánto tiene que correr el agua para que puedas alimentar el depósito sin bombear?

Necesita energía cinética suficiente para lograr la altura $\frac{v^2}{2g} = h \quad v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 0{,}2} = 2\ m/s$

3. Si para regar el jardín te ves obligado a empalmar un tramo de manguera de 2 cm de diámetro con otro de 3 cm, ¿en cuál será más alta la presión cuando riegas y por qué?

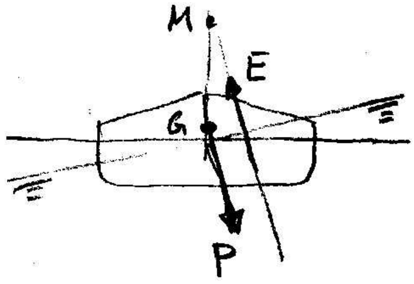
Como se conserva $\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2g}$ cuanto mayor sea la velocidad, menor es la presión. La presión por tanto es mayor en la manguera con 3 cm de diámetro.

4. Tienes 6 litros de sangre que pasan por el corazón una vez por minuto. Dime la potencia de tu corazón si la presión de salida es de unos 12 kPa.

La potencia es el trinomio de Bernoulli por el caudal en peso.

$$W = \frac{p}{\gamma}\,\gamma Q = p\,Q = 12\,000\ \text{Pa}\ \frac{6\times10^{-3}\ \text{m}^3}{60\ \text{s}} = 1.2\ \text{W}$$

5. ¿Cuál es la condición de estabilidad del equilibrio de un barco? Explícalo con un gráfico.



La condición es que el metacentro se encuentre por encima del centro de gravedad, pues eso garantiza que el par peso-empuje es estabilizador.

6. Haciendo "puenting", ¿crees que la fórmula de Cauchy de las tensiones te sería aplicable en: a) la aceleración inicial, b) la caída a velocidad constante, c) la deceleración final, d) todas, e) ninguna? ¿Por qué?

Es válida siempre. El motivo por el que no figuran las fuerzas de inercia ni las de masa es que van con el cubo de las dimensiones (mientras las que provienen de las tensiones van con el cuadrado). No hace falta por tanto suponer que son pequeñas: para dimensiones infinitesimales desaparecen solas.

Teoría 2 – 13 junio 2012

1. En un canal largo, ¿cuánto crece el caudal si se duplica el calado?

Manning nos dice que $v = \frac{1}{n} I^{1/2} e^{2/3}$, con lo que la velocidad crece con la potencia 2/3 del calado.

El caudal $q = v y \sim y^{2/3} y = y^{5/3}$

Si y se multiplica por 2, q se multiplica por $2^{5/3} = 3{,}17$

2. Explica por qué las pelotas de golf no son lisas.

Para fomentar la turbulencia en la capa límite. Si se logra, la capa límite tarda más en desprenderse, se recuperan mejor las presiones aguas abajo de la bola y la fuerza que se opone al movimiento disminuye al menos un factor de 2.

3. Una tubería de acero de 1 m de diámetro con irregularidades medias de 0,5 mm, ¿funcionará como lisa, intermedia o rugosa? ¿Por qué?

El tipo de comportamiento depende de cómo comparen la altura media de las rugosidades (0,5 mm) y el espesor de la zona en régimen laminar (que depende de la velocidad y propiedades del fluido interno).

4. Qué potencia podría extraer un aerogenerador de 40 m de radio con viento de 10 m/s.

La potencia disponible es el trinomio de Bernoulli por el caudal en peso.

$$W_{disp} = \frac{v^2}{2g} \gamma \pi r^2 v = \pi \rho r^2 \frac{v^3}{2} = \pi\, 1.2\, 40^2 \frac{10^3}{2} = 3.0 \text{ MW}$$

Pero Betz indica que nunca sacaremos más de $\frac{16}{27}$, así que

$W < \frac{16}{27} 3 = 1{,}78 \text{ MW}$ En la práctica los aerogeneradores modernos sacan como el 40%: $W \simeq 1{,}2 \text{ MW}$.

5. El Solar Impulse (avión de propulsión fotovoltaica) acaba de volar de Madrid a Marrakech. Si tiene 200 m^2 de alas, 4 motores eléctricos con una potencia total de 30 kW y pesa 1600 kg, ¿qué coeficiente de sustentación requiere para volar nivelado a 60 km/h?

La fuerza de sustentación debe compensar el peso

$$P = F_L = C_L A \frac{\rho v^2}{2}$$

$$1600 \times 10 = C_L\, 200 \frac{1{,}2 \left(60/3{,}6\right)^2}{2}$$

$$C_L \doteq 0{,}48$$

FLUIDOS – ENERGÍA Y MULTIGRADO

Teoría. Julio 2012

Apellidos ______________________________ Nombre ________________ Grupo ________

NOTA: Inventa razonablemente los datos que te falten. Tiempo: 50 minutos.

1. Escribe las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos incompresibles y explica el significado físico de sus términos.

$$\underbrace{\rho F_i}_{\text{fuerzas de masa}} \underbrace{- p_{,i}}_{\text{presión}} + \underbrace{\mu v_{i,jj}}_{\text{viscosidad}} = \underbrace{\rho \dot{v}_i}_{\text{inercia}}$$

2. Tu ROV (*remotely operated vehicle*) sumergido lleva el equivalente a un tubo de Prandtl, donde el Pitot lee 208 kPa y el piezométrico 200 kPa. ¿Dónde está tu ROV y a qué velocidad va?

$p = 200\,\text{kPa} = \gamma h$ profundidad $h = \dfrac{p}{\gamma} = \dfrac{2 \times 10^5}{10^4} = 20\,\text{m}$

Los 8 kPa (208-200) provienen de $\rho v^2/2$, por lo que:

$$v = \left(\frac{2 \times 8000}{1000}\right)^{1/2} = 4\,\text{m/s}$$

---

3. En el velódromo de Anoeta pedaleas 24 km en media hora. Si mantienes la misma potencia en México DF, con aire 6ºC más caliente y un 25% menos denso, ¿cuánto mejorarás tu marca?

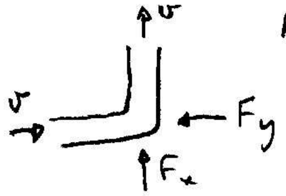
$P = F_D v = C_D A \rho \frac{v^2}{2} v = C_D A \rho \frac{v^3}{2}$; por tanto $v \sim \rho^{-1/3}$

v aumentará un factor $\left(\dfrac{1}{0{,}75}\right)^{1/3} = 1.10$, con lo que en media hora recorreré 2,4 km más

4. Flotando tumbado sobre una colchoneta en la piscina, dime cuántos metacentros tienes, dónde se encuentran respecto a los centros de gravedad y empuje, y cómo lo sabes.

Tengo infinitos como consecuencia de no tener simetría alrededor de un eje vertical. Y todos están altos, al menos por encima del centro de gravedad, de otro modo mi equilibrio sería inestable y volcaría.

6. En un ángulo recto de una tubería horizontal de 1 m^2 de sección por la que circulan 10 m^3/s de agua, ¿qué fuerza debe soportar el codo?



Aplicando la conservación de la cantidad de movimiento $F_x = F_y = \rho Q v$

$= 10^3 \, Kg/m^3 \; 10 \, m^3/s \; 10 \, m/s$

$= 100 \, kN$

6. ¿Por qué en la fórmula de Cauchy de las tensiones no aparecen las fuerzas de gravedad ni las de inercia?

Porque esas fuerzas van con el cubo de las dimensiones y en un tetraedro infinitesimal son despreciables frente a las transmitidas a través de las caras, que van con el cuadrado.

7. Con un caudal de 50 m^3/s, una presa de 100 m y las turbinas a pie de presa, ¿qué potencia eléctrica puedes generar?

La potencia es el trinomio de Bernoulli por el caudal en peso: En este caso:

$P = h \, \gamma Q$

$= 100 \, m \; 10^4 \, N/m^3 \; 50 \, m^3/s$

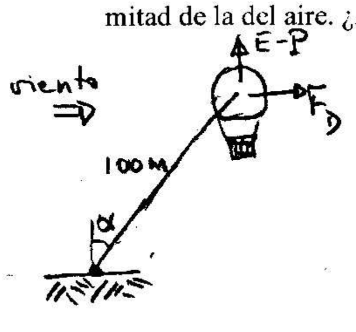
$= 50 \, MW$

8. Cómo se pueden evitar o mitigar los efectos del golpe de ariete.

Con un cierre lento, es decir, largo comparado con el período propio del sistema.

Si lo anterior fuera inasumible, puede disminuirse el período propio introduciendo una chimenea de equilibrio cerca de la válvula.

9. Una cuerda de 100 m fija al suelo tu globo de 10 m de diámetro y densidad media igual a la mitad de la del aire. ¿A qué altura estará el globo con viento de 72 km/h?



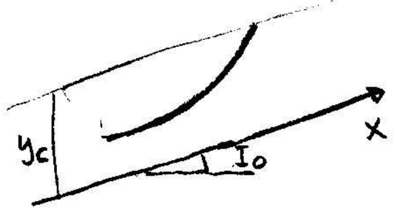
El ángulo α será tal que $tg\,\alpha = \dfrac{F_D}{E-P}$

$$F_D = C_D \pi r^2 \rho \frac{v^2}{2} \qquad E-P = \frac{4}{3}\pi r^3 \left(1-\frac{1}{2}\right)\rho g$$

$$tg\,\alpha = \frac{C_D \pi r^2 \rho v^2/2}{4/3\,\pi r^3\, 1/2\, \rho g} = \frac{3 C_D v^2}{4 r g} = \frac{3 \times 0{,}5 \times 20^2}{4 \times 5 \times 10} = 3$$

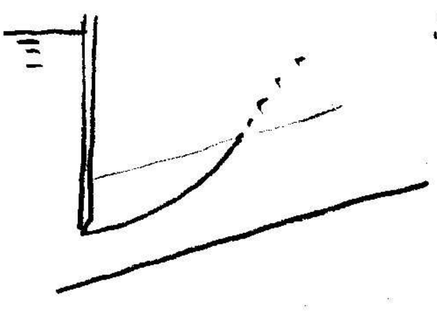
Por tanto $\alpha = 71.6^\circ$ y la altura $h = 100 \cos 71.6^\circ = 31.6$ m

10. Obtén la curva de remanso correspondiente a calados inferiores al crítico en una pendiente adversa y dibuja una situación física en que se genere. NOTA: $dy/dx = (I_0 - I) / (1 - Fr^2)$



$$\left.\begin{array}{l}\text{Pendiente adversa: } I_0 < 0 \\ \text{como } y < y_c \quad v > c \quad Fr > 1\end{array}\right\} \frac{dy}{dx} = \frac{-}{-} = +$$

Por ello los calados crecen hacia aguas abajo. Como ejemplo sirve cualquier situación en que se inyecte una corriente en régimen rápido (p. ej. desaguando bajo una compuerta) en la pendiente adversa; el flujo formará un resalto hidráulico para pasar al régimen lento.



FLUIDOS – ENERGÍA Y MULTIGRADO

Teoría 1 – 27 marzo 2012

Apellidos ____________________________________Nombre__________________Grupo_________

NOTA: Inventa razonablemente los datos que te falten. Tiempo: 30 minutos

1. Escribe las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos incompresibles y explica el significado físico de sus términos.

$$\left.\begin{array}{l} \rho F_i - p_{,i} + \mu v_{i,jj} = \rho \dot{v}_i \\ \rho \bar{F} - \overline{\text{grad}}\, p + \mu \Delta \bar{v} = \rho \dot{\bar{v}} \end{array}\right\} \text{cualquiera sirve}$$

fuerzas de inercia
" viscosidad
" presión
" masa

2. Llenas una jarra de 1 litro en 5 s abriendo un grifo por donde el agua sale a 1 m/s. Además del peso, qué fuerza necesitas para sujetar la jarra.

La fuerza será la pérdida de cantidad de movimiento en la unidad de tiempo:

$$\frac{10^{-3}\, m^3}{5\, s}\; 1000\, Kg/m^3 \;\; 1\, m/s = 0.2\, N$$

3. Si aprietas la bota con el doble de fuerza, dime cuánto más deprisa sale el vino.

El intercambio de $\frac{p}{\gamma}$ por $\frac{v^2}{2g}$ hace que v vaya con $\sqrt{p}$, por lo que si duplicamos la fuerza, v crece por $\sqrt{2}$. La velocidad de salida es 41% mayor.

4. Si la coronación de una presa está 100 m por encima de las turbinas, qué potencia se puede lograr con un caudal de 50 m^3/s.

La potencia es el caudal en peso por el trinomio de Bernoulli. En este caso:

$$P = 50\,m^3/s\ 10^4\,N/m^3\ 100\,m = 50\,MW$$

5. Si el flujo admite el potencial escalar Φ = kxy, halla las líneas de corriente.

$$u = -\frac{\partial\phi}{\partial x} = -Ky$$

$$v = -\frac{\partial\phi}{\partial y} = -Kx$$

Las líneas de corriente son $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$ $\quad \frac{dx}{-Ky} = \frac{dy}{-Kx}$

$x\,dx - y\,dy = 0$, que integrada da: $x^2 - y^2 = cte$ (hipérbolas equiláteras).

6. Qué potencia podría extraer un aerogenerador de 40 m de radio con viento de 10 m/s.

La potencia disponible sería $P_{dis} = \rho S v \frac{v^2}{2}$

$$P_{dis} = 1.3\,Kg/m^3\ \pi (40m)^2 \frac{(10m/s)^3}{2} = 3,27\,MW$$

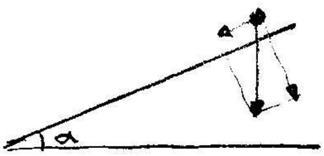
Pero el límite de Betz no permite extraer más del 59,3% de esa potencia. En la práctica lograremos un 40-45%, es decir, del orden de 1,4 MW.

FLUIDOS – ENERGÍA Y MULTIGRADO
Teoría 2 – 29 mayo 2012

Apellidos ______________________________Nombre________________Grupo_________

NOTA: Inventa razonablemente los datos que te falten. Tiempo: 30 minutos

1. Si el coeficiente de rozamiento con la nieve es 0,04, ¿a qué velocidad puedes esquiar por una pendiente del 15% con 2 m/s de viento a favor?



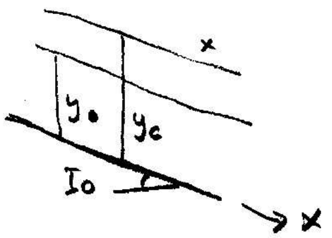
La velocidad relativa respecto al viento será tal que:

$$mg(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha) = C_D A \rho \frac{v^2}{2}$$

$60\times10(0{,}15-0{,}04\times0{,}99) = 1\times0{,}5\times\frac{1{,}2v^2}{2}$ de donde $v = 14{,}8$ m/s

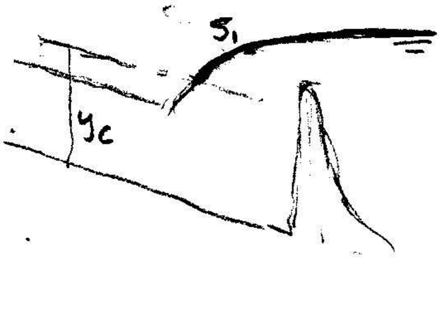
Así que la velocidad de descenso es 16,8 m/s

2. Obtén la curva de remanso correspondiente a calados superiores al crítico en una pendiente fuerte y dibuja una situación física en que se genere. NOTA: $dy/dx = (I_0 - I) / (1 - Fr^2)$.



Como $\left.\begin{array}{llll} y>y_0 & v<v_0 & I<I_0 \\ y>y_c & v<c & Fr<1 \end{array}\right\} \frac{dy}{dx} = \frac{+}{+} = +$

Los calados deben aumentar con x. Hacia aguas arriba, al acercarse a y_c lo harán en perpendicular pues se anula el denominador; hacia aguas abajo tienden a la horizontal pues al crecer x, $v\to 0$ y $dy/dx \to I_0$



La curva se forma si en una pendiente rápida el agua se encuentra un obstáculo, entra en un lago, etc

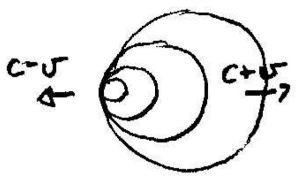
3. Tiras contra la pared a 5 m/s una barra de acero de 1 m. ¿Qué tensiones se generan en el impacto y cuánto tarda la barra en rebotar?

Las tensiones son $\sigma = \rho c v = 7800 \times 5064 \times 5 = 197$ MPa

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\times 10^{11}}{7800}} = 5064 \text{ m/s}$$

El tiempo de contacto es $\frac{2L}{c} = \frac{2\times 1}{5064} = 0{,}39$ ms

4. Si tiras una piedra a un canal de 0,4 m de profundidad y las ondas circulares generadas resultan ser tangentes entre sí, a qué velocidad progresan hacia aguas abajo.



$v = c$ Hacia arriba progresan con $c - v = 0$

Hacia abajo con $c + v = 2c = 2\sqrt{g\,y} = 2\sqrt{10\times 0{,}4} = 4$ m/s

5. La "ley de la pared" expresa cómo crecen las velocidades del fluido al distanciarnos de la pared. ¿De qué tipo es esa ley y de dónde sacamos ese resultado?

Es una ley logarítmica. La obtenemos suponiendo que la longitud de mezcla de Prandtl es proporcional a la distancia a la pared.

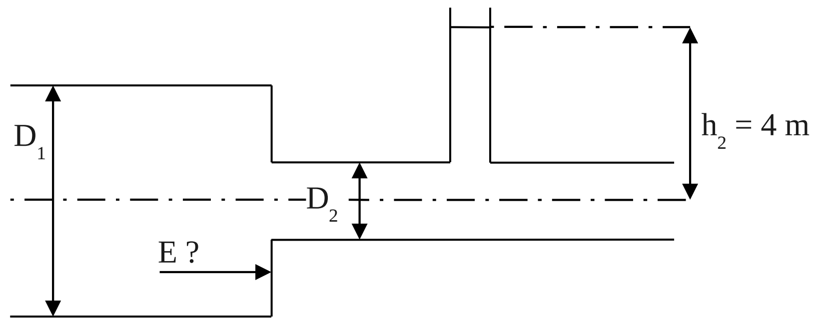
MECÁNICA DE FLUIDOS – ENERGÍA Y MULTIGRADO

Problemas - 13 junio 2012

Problema 1 (1er Parcial):

En una tubería horizontal hay un estrechamiento brusco para pasar de un diámetro D_1 = 0,8 m a D_2 = 0,5 m. Por la conducción circula un caudal Q = 1,28 m^3/s de un líquido de peso específico 15000 N/m^3. La presión en 2 se mide mediante un tubo piezométrico, en el cual el líquido alcanza una altura h_2 sobre el eje de la conducción.

Calcular el empuje E que el líquido ejerce sobre el estrechamiento, sabiendo que el coeficiente de contracción es C_c = 2/3.



Problema 2 (2º Parcial):

Dos depósitos están unidos a través de una bomba de 40 m de altura neta mediante dos tramos de tubería de k = 0,8 mm, cuyos diámetros y longitudes respectivas son:

D_1 = 0,5 m ; L_1 = 60 m ; D_2 = 0,4 m ; L_2 = 103 m

Si la diferencia de niveles entre los depósitos es de 24 m, hallar el caudal.

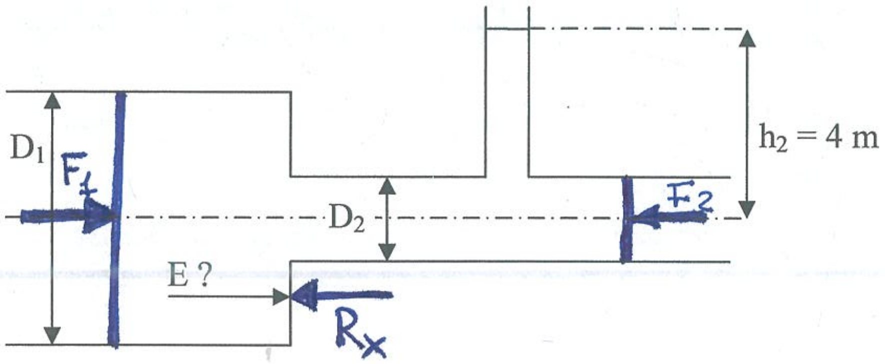
El fluido bombeado es agua. No se consideran pérdidas de carga localizadas.

g = 10 m/s^2

NOTA: Explicar el procedimiento a seguir en la fase de comprobación.

SOLUCIÓN

Problema 1:



- Teorema de la cantidad de movimiento:
  - $\Sigma \bar{F} = \rho Q(\bar{v}_2 - \bar{v}_1)$
  - Proyectado sobre la horizontal:

    $F_1 - F_2 - R_x = \rho Q(v_2 - v_1)$

    $p_1 \cdot S_1 - p_2 \cdot S_2 - R_x = \rho Q(v_2 - v_1)$
  - Obtenemos densidad, secciones, velocidades y presiones:

    $\rho = \dfrac{\gamma}{g} \simeq 1500\,\mathrm{kg/m^3}$; $S_1 = \dfrac{\pi D_1^2}{4} = 0{,}503\,\mathrm{m}^2$; $S_2 = \dfrac{\pi D_2^2}{4} = 0{,}196\,\mathrm{m}^2$

    $v_1 = \dfrac{Q}{S_1} = \dfrac{1{,}28}{0{,}503} = 2{,}54\,\mathrm{m/s}$; $v_2 = \dfrac{Q}{S} = \dfrac{1{,}28}{0{,}196} = 6{,}53\,\mathrm{m/s}$

    $p_2 = \gamma h_2 = 15000 \cdot 4 = 60\,\mathrm{kPa}$

    Obtenemos p_1 de la aplicación de Bernouilli:

    $$\Delta H_{12} = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2 \frac{v_2^2}{2g} = \left(\frac{1}{2/3} - 1\right)^2 \frac{6{,}52^2}{2 \cdot 9{,}8} = 0{,}542\,\mathrm{m}$$

    $$H_1 = H_2 + \Delta H_{12}$$

    $$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + \Delta H_{12}$$

    $$0 + \frac{p_1}{15000} + \frac{2{,}54^2}{2 \cdot 9{,}8} = 0 + \frac{60 \cdot 10^3}{15000} + \frac{6{,}53^2}{2 \cdot 9{,}8} + 0{,}542 \Rightarrow p_1 = 95{,}8\,\mathrm{kPa}$$
  - Sustituyendo en el teorema de la cantidad de movimiento:

    $95800 \cdot 0{,}503 - 60000 \cdot 0{,}196 - R_x = 1500 \cdot 1{,}28 \cdot (6{,}53 - 2{,}54) \Rightarrow R_x = 28,7\,\mathrm{kN}$
- $\bar{E} + \bar{R}_x = 0 \Rightarrow E = R_x \Rightarrow \boxed{E = 28,7\,\mathrm{kN}}$ en la dirección dibujada.

Problema 2:

1. Pérdida de carga y rugosidad relativa:

$$z_a + \frac{P_a}{\gamma} + \frac{v_a^2}{2g} + H_n - \Delta H = z_b + \frac{P_b}{\gamma} + \frac{v_b^2}{2g} \Rightarrow H_n = (z_b - z_a) + \Delta H \;\Rightarrow\; \Delta H = 40 - 24 = 16\,\mathrm{m}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{K}{D_1} = \frac{0{,}0008}{0{,}5} = 0{,}0016 \;\; ; \;\; \varepsilon_2 = \frac{K}{D_2} = \frac{0{,}0008}{0{,}4} = 0{,}002$$

2. Con ε obtenemos del ábaco directamente los coeficientes de fricción suponiendo régimen turbulento rugoso (o mediante la fórmula de Colebrook):

$$\frac{1}{\sqrt{f_1}} = -0{,}86 \cdot \ln(\frac{\varepsilon_1}{3{,}7}) \;\Rightarrow\; f_1 = 0{,}0225 \;\; ; \;\; \frac{1}{\sqrt{f_2}} = -0{,}86 \cdot \ln(\frac{\varepsilon_2}{3{,}7}) \;\Rightarrow\; f_2 = 0{,}0238$$

3. Pérdida de carga en función de la velocidad:

$$\Delta H_1 = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{v_1^2}{2g} = 0{,}0225 \frac{60}{0{,}5} \frac{v_1^2}{19{,}6} = 0{,}137 v_1^2$$

$$\Delta H_2 = f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{v_2^2}{2g} = 0{,}0238 \frac{103}{0{,}4} \frac{v_2^2}{19{,}6} = 0{,}313 v_2^2$$

4. Continuidad:

$$v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 \;\Rightarrow\; v_1 = v_2 \cdot S_2 / S_1 = 0{,}64 \cdot v_1$$

5. Pérdida de carga total:

$$\Delta H = 0{,}137 v_1^2 + 0{,}313 v_2^2 = 0{,}056 v_2^2 + 0{,}313 v_2^2 = 0{,}369 v_2^2$$

6. Igualando:

$$\Delta H = 0{,}369 v_2^2 = 16 \;\Rightarrow\; v_2 = 6{,}58\,\mathrm{m/s}$$

7. Caudal:

$$\boxed{Q = v_2 \cdot S_2 = 0{,}82\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}}$$

8. Fase de comprobación:

   Con la velocidad de cada tramo se calculan de nuevo los coeficientes de fricción y con ellos la pérdida de carga. En el caso de resultado inaceptable se repite el proceso a partir del apartado 3 con los coeficientes de fricción obtenidos en la fase de comprobación.

FLUIDOS – ENERGÍA Y MULTIGRADO

Problemas 2 – 29 mayo 2012

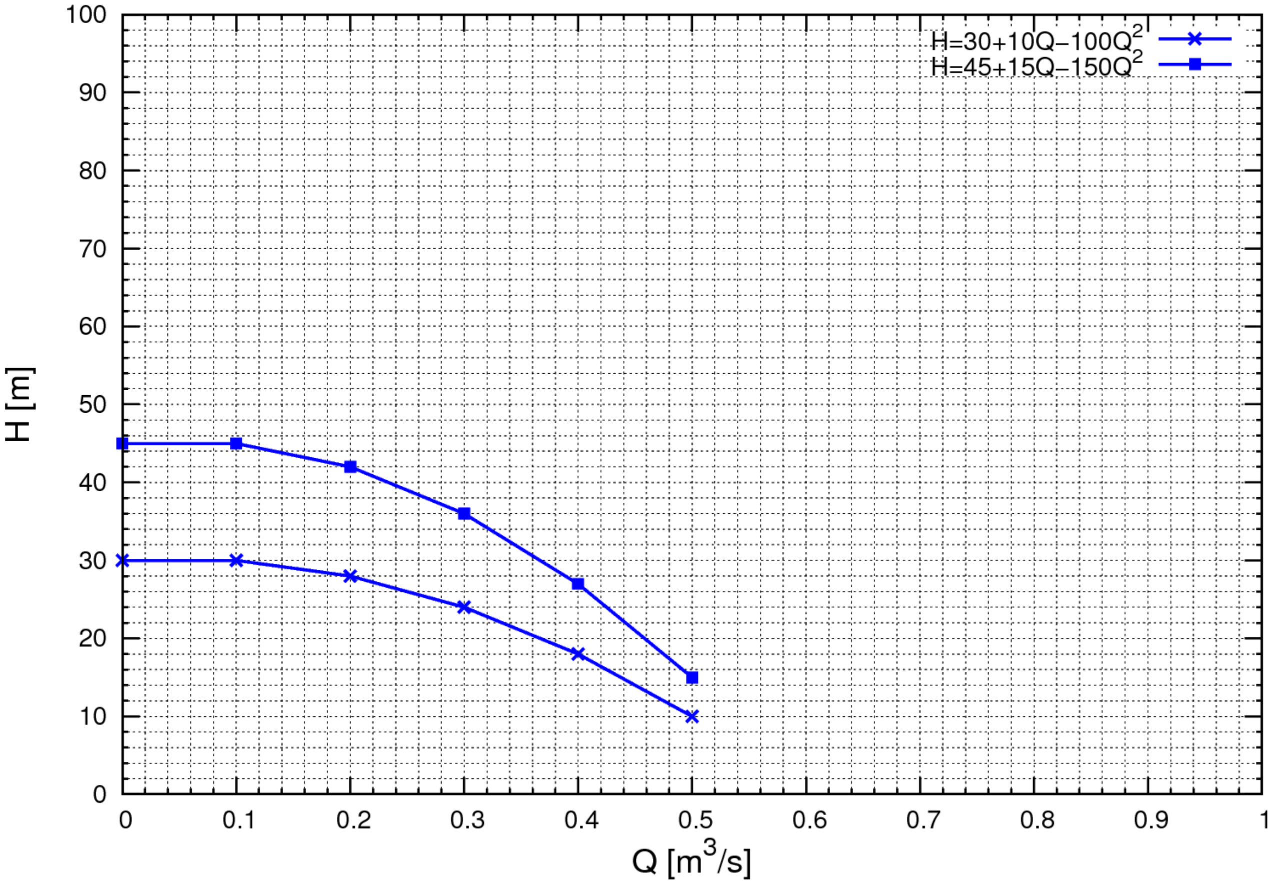
Apellidos ________________________________Nombre__________________Grupo_________

1.- La instalación de suministro de agua para una población eleva el agua una altura de 42 m a través de dos tuberías en serie de características L_1=60 m, D_1=0,3 m, f_1=0,036 y L_2=50 m, D_2=0,25 m, f_2=0,03. Para el bombeo se dispone de dos bombas B1 y B2 de curvas características $H=30+10Q-100Q^2$ y $H=45+15Q-150Q^2$ conectadas en serie. Se desprecian las pérdidas de carga localizadas. Calcula:

a) Caudal de bombeo suministrado. (4ptos)

b) Altura neta de cada bomba. (1pto)

NOTA: En el caso de resolución gráfica debe hacerse en esta hoja



2.- Si hubiera que aumentar el caudal hasta 0,4 m³/s ¿qué diámetro sería necesario para una única tubería de longitud L=140 m si la pérdida de carga es ΔH=3 m? Datos: rugosidad de la tubería K=0,2 mm, viscosidad del agua 10^{-3} kg m^{-1} s^{-1}.

a) Calcula el diámetro de la tubería. (**NOTA: Hacer sólo una iteración**) (4ptos)

b) Explica si es posible bombear los 0,4 m³/s con la tubería calculada usando las bombas en serie del apartado anterior. (1pto)

SOLUCIÓN

Apartado 1:

a) Caudal de bombeo suministrado:

- Acoplamiento de Bombas:
  - $H = 30 + 10Q - 100Q^2 + 45 + 15Q - 150Q^2 = 75 + 25Q - 250Q^2$
- Conducción:
  - $\Delta H = f_1 \frac{L_1}{D_1^5} \frac{8Q^2}{\pi^2 g} + f_2 \frac{L_2}{D_2^5} \frac{8Q^2}{\pi^2 g} = 0{,}036 \frac{60}{0{,}3^5} \frac{8Q^2}{3{,}14^2 \cdot 9{,}8} + 0{,}03 \frac{50}{0{,}25^5} \frac{8Q^2}{3{,}14^2 \cdot 9{,}8} = 200Q^2$
  - $H = H_g + \Delta H = 42 + 200Q^2$
- Punto de funcionamiento:
  - $75 + 25Q - 250Q^2 = 42 + 200Q^2 \;\Rightarrow\; \boxed{Q = 0{,}3\,\mathrm{m^3/s}}$

b) Altura neta de cada bomba:

- $H_1 = 30 + 10Q - 100Q^2 = 30 + 10 \cdot 0{,}3 - 100 \cdot 0{,}3^2 = 24\,\mathrm{m} \Rightarrow \boxed{H_1 = 24\,\mathrm{m}}$
- $H_2 = 45 + 15Q - 150Q^2 = 45 + 15 \cdot 0{,}3 - 150 \cdot 0{,}3^2 = 36\,\mathrm{m} \Rightarrow \boxed{H_2 = 36\,\mathrm{m}}$

Apartado 2:

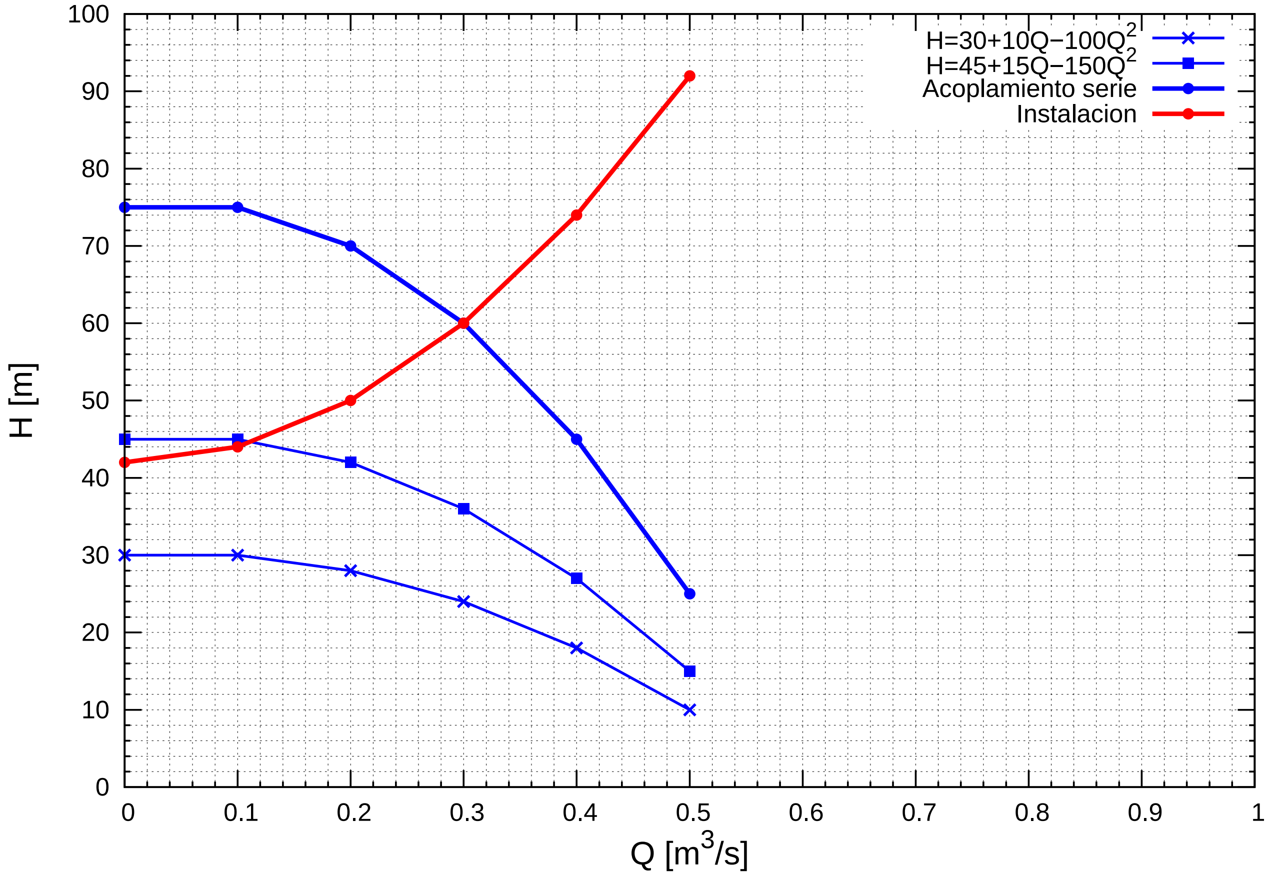
a) Diámetro de la tubería:

- $\Delta H = f \frac{L}{D^5} \frac{8Q^2}{\pi^2 g} \;\Rightarrow\; A = \frac{D^5}{f} = \frac{8Q^2 L}{\pi^2 g \Delta H} = \frac{8 \cdot 0{,}4^2 \cdot 140}{3{,}14^2 \cdot 9{,}8 \cdot 3} = 0{,}617$
- $f_{inicial} = 0{,}03 \;\Rightarrow\; D = \sqrt[5]{0{,}617 \cdot 0{,}03} = 0{,}45\,\mathrm{m}$
- $v = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0{,}4}{3{,}14 \cdot 0{,}45^2} = 2{,}51\,\mathrm{m/s}$
- $Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{1000 \cdot 2{,}51 \cdot 0{,}45}{10^{-3}} = 1{,}13 \cdot 10^6$
- $\varepsilon = \frac{K}{D} = \frac{0{,}0002}{0{,}45} = 0{,}00044$
- Se obtiene f del ábaco de Moody: $f = 0{,}0167$
- $D = \sqrt[5]{0{,}617 \cdot 0{,}0166} = 0{,}4\,\mathrm{m} \Rightarrow \boxed{D = 0{,}4\,\mathrm{m}}$

b) Explicación: Sí es posible. Con $Q = 0{,}4\,\mathrm{m^3/s}$ la altura del acoplamiento es $H = 45\,\mathrm{m}$, luego con $H_g = 42\,\mathrm{m}$ y $\Delta H = 3\,\mathrm{m}$ se obtiene justo el punto de funcionamiento.

$$H = H_g + \Delta H$$

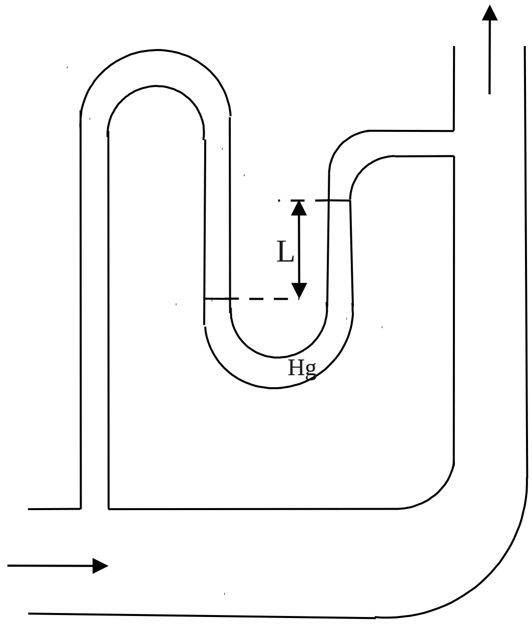
Solución gráfica del apartado 1: punto de funcionamiento.



MECÁNICA DE FLUIDOS – ENERGÍA Y MULTIGRADO

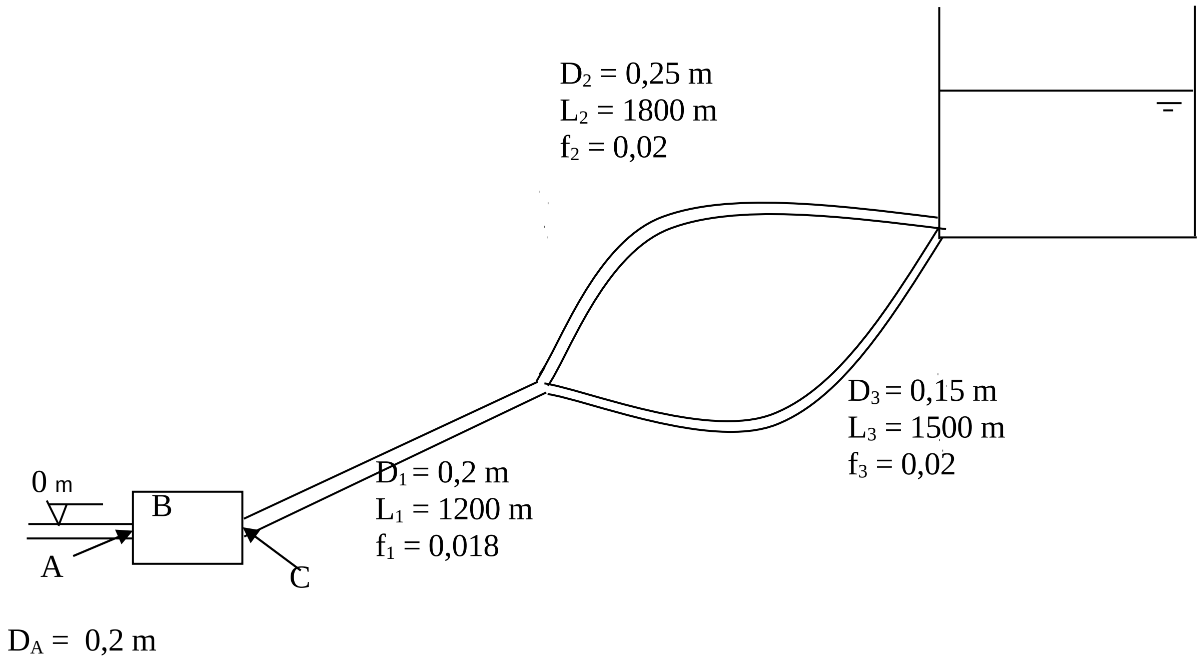
Problemas - 13 julio 2012

1.- Por el codo de la figura circula un caudal de 0,3 m^3/s de un líquido de densidad relativa 0,835. La tubería se contrae desde 0,3 m a 0,15 m de diámetro sin pérdida de carga. Calcular L.



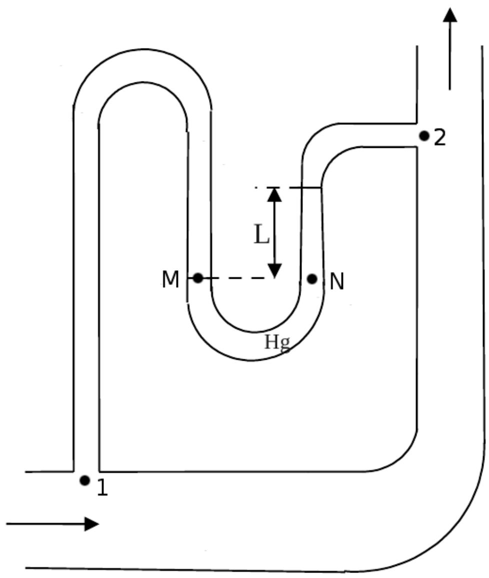
2.- Cuando la altura de presión en A es de 3 m y el caudal que entra en la bomba B es 0,08 m^3/s, la potencia neta que ésta comunica al sistema es de 100 CV.

¿Cual será la cota de la superficie libre del agua en el depósito superior en las condiciones citadas?



SOLUCIÓN

Problema 1:



- Datos: $\gamma = 8350\,\mathrm{N/m^3}$, $\gamma_{Hg} = 136000\,\mathrm{N/m^3}$, $Q = 0{,}3\,\mathrm{m^3/s}$, $D_1 = 0{,}3\,\mathrm{m}$, $D_2 = 0{,}15\,\mathrm{m}$, $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$.
- Continuidad:

$$v_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{4Q}{\pi D_1^2} = 4{,}24\,\mathrm{m/s} \ ; \ v_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = 16{,}97\,\mathrm{m/s}$$

- Bernouilli:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} \Rightarrow \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + z_1 - z_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \qquad (1)$$

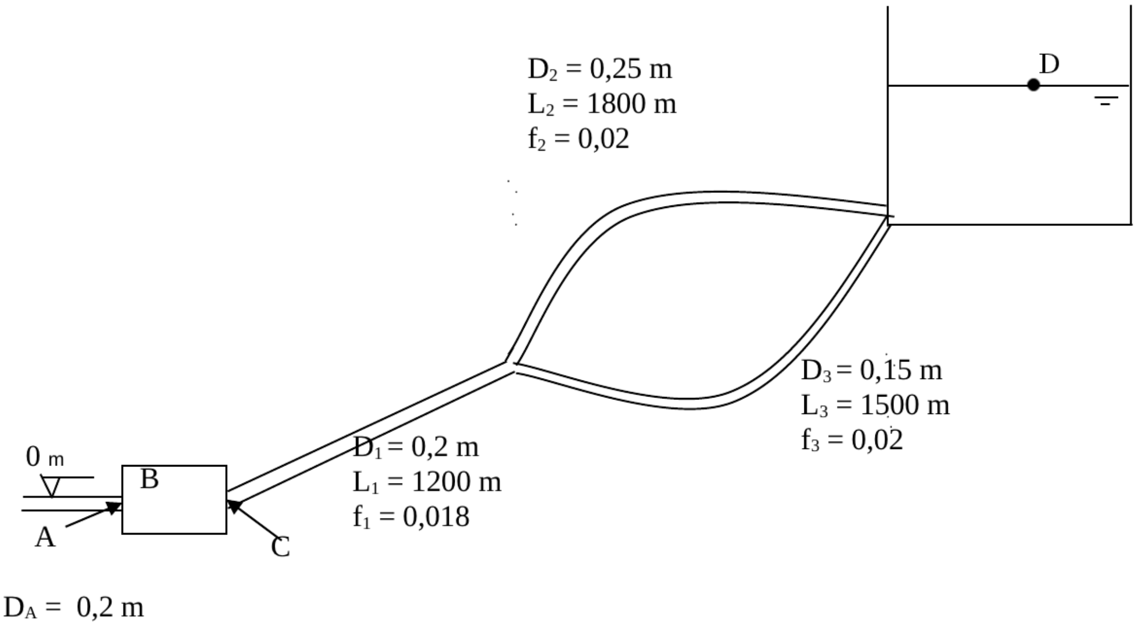
- Igualdad de presión en el piezómetro:

$$p_M = p_N$$
$$p_M = p_1 - \gamma a$$
$$p_N = p_2 + \gamma\big((z_2 - z_1) - a - L\big) + \gamma_{Hg} L$$
$$p_1 - \gamma a = P_2 + \gamma\big((z_2 - z_1) - a - L\big) + \gamma_{Hg} L$$
$$\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + z_1 - z_2 = L\Big(\frac{\gamma_{Hg}}{\gamma} - 1\Big) \qquad (2)$$

- De (1) y (2) se obtiene:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = L\Big(\frac{\gamma_{Hg}}{\gamma} - 1\Big) \Rightarrow \boxed{L = 0{,}90\,\mathrm{m}}$$

Problema 2:



- Datos: $P_n = 100\,\text{C.V.} = 73500\,\text{W}$, $\gamma = 10000\,\text{N/m}^3$, $Q_1 = 0{,}08\,\text{m}^3/\text{s}$, $\dfrac{p_A}{\gamma} = 3\,\text{m}$.
- Altura neta:

$$H_n = \frac{P_n}{\gamma Q} = 91,87\,\text{m}$$

- Tramo paralelo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta H_2 = \Delta H_3 \;\Rightarrow\; f_2 \dfrac{L_2}{D_2^5}\dfrac{8Q_2^2}{g\pi^2} = f_3 \dfrac{L_3}{D_3^5}\dfrac{8Q_3^2}{g\pi^2} \\ Q_1 = Q_2 + Q_3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Q_2 = 0{,}061\,\text{m}^3/\text{s} \\ Q_3 = 0{,}019\,\text{m}^3/\text{s} \end{array} \right.$$

- Velocidad:

$$v_A = v_1 = 2{,}55\,\text{m/s}$$

- Energía:

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_n - \Delta H_1 - \Delta H_3 = z_D + \frac{p_D}{\gamma} + \frac{v_D^2}{2g}$$

$$\frac{p_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + H_n - f_1 \frac{L_1}{D_1^5}\frac{8Q_1^2}{g\pi^2} - f_3 \frac{L_3}{D_3^5}\frac{8Q_3^2}{g\pi^2} = z_D$$

$$\boxed{z_D \approx 47\,\text{m}}$$