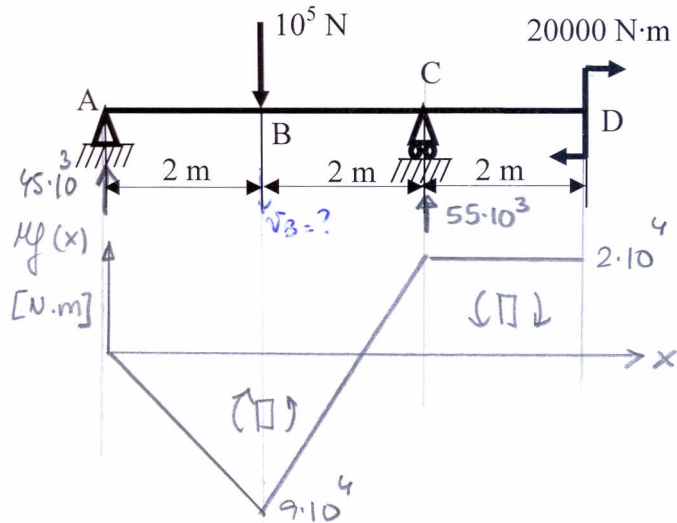


EJERCICIO 1

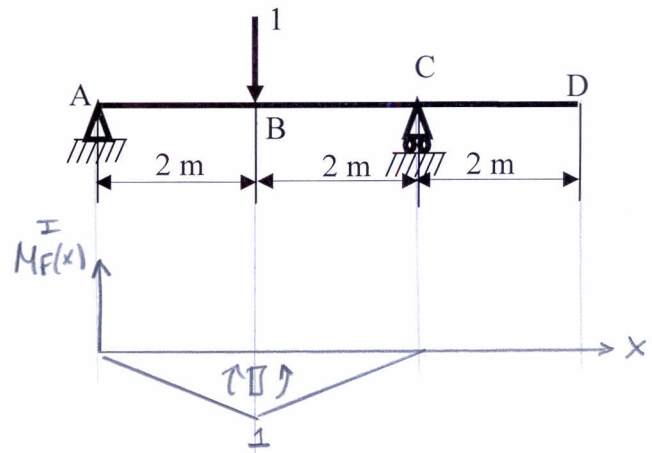
En la viga de la figura se pide determinar el valor de la flecha en B.

Dato: $EI = 15955,8 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^2$

Sistema real compatible



Sistema virtual equilibrado



TRAMO AB $\chi^{\text{REAL}} = \frac{1}{EI} [45 \cdot 10^3 x]$

TRAMO AB $M_F^I(x) = 0.5 x$

TRAMO BC $\chi^{\text{REAL}} = \frac{1}{EI} [45 \cdot 10^3 x - 10^5 (x-2)]$

TRAMO BC $M_F^I(x) = 0.5 x - (x-2)$

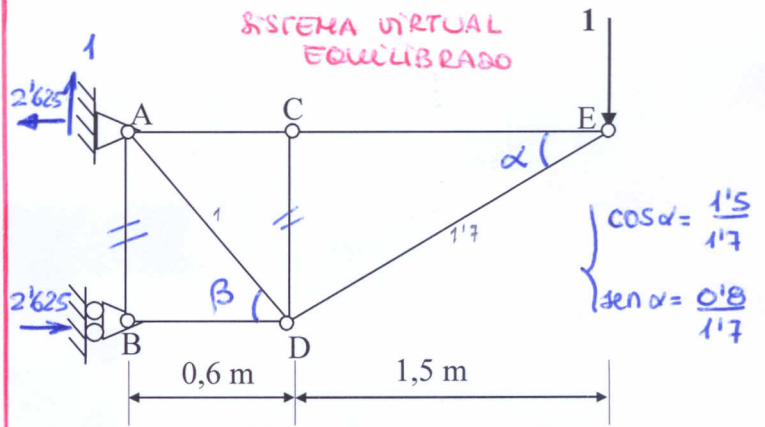
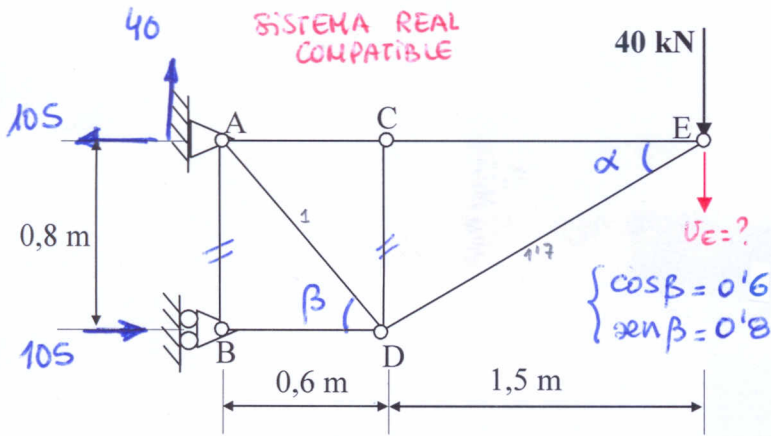
$w_{ext} = w_{int}$

$$1 \cdot v_B = \int_0^2 (0.5 x) \cdot \frac{1}{EI} [45 \cdot 10^3 x] dx + \int_2^4 (0.5 x - (x-2)) \cdot \frac{1}{EI} [45 \cdot 10^3 x - 10^5 (x-2)] dx$$

$v_B = 7.1 \text{ mm}$

EJERCICIO 2:

En la estructura articulada de la figura se pide determinar el valor del desplazamiento vertical del nudo E.



Nudo E

$$-40 = N_{ED} \cdot \frac{0.8}{1.7}$$

$$\boxed{N_{ED} = -85 \text{ kN}}$$

$$-N_{CE} = N_{ED} \cdot \frac{1.5}{1.7}$$

$$\boxed{N_{CE} = 75 \text{ kN}}$$

Nudo E

$$-1 = N_{ED}^I \cdot \frac{0.8}{1.7}$$

$$N_{ED}^I = -2.125$$

$$-N_{CE}^I + 2.125 \cdot \frac{1.5}{1.7} = 0$$

$$\boxed{N_{CE}^I = +1.875}$$

Nudo D

$$\sum F_y = 0$$

$$N_{AD} \cdot 0.8 = 85 \cdot \frac{0.8}{1.7}$$

$$\boxed{N_{AD} = 50 \text{ kN}}$$

Nudo D

$$\sum F_x = 0 \quad -N_{BD}^I - N_{AD}^I \cdot 0.6 = 2.125 \cdot \frac{1.5}{1.7}$$

$$\sum F_y = 0 \quad N_{AD}^I \cdot 0.8 = 2.125 \cdot \frac{0.8}{1.7} \Rightarrow \boxed{N_{AD}^I = 1.25}$$

o bien $N_v^I = \frac{N_j}{40 \cdot 10^3}$

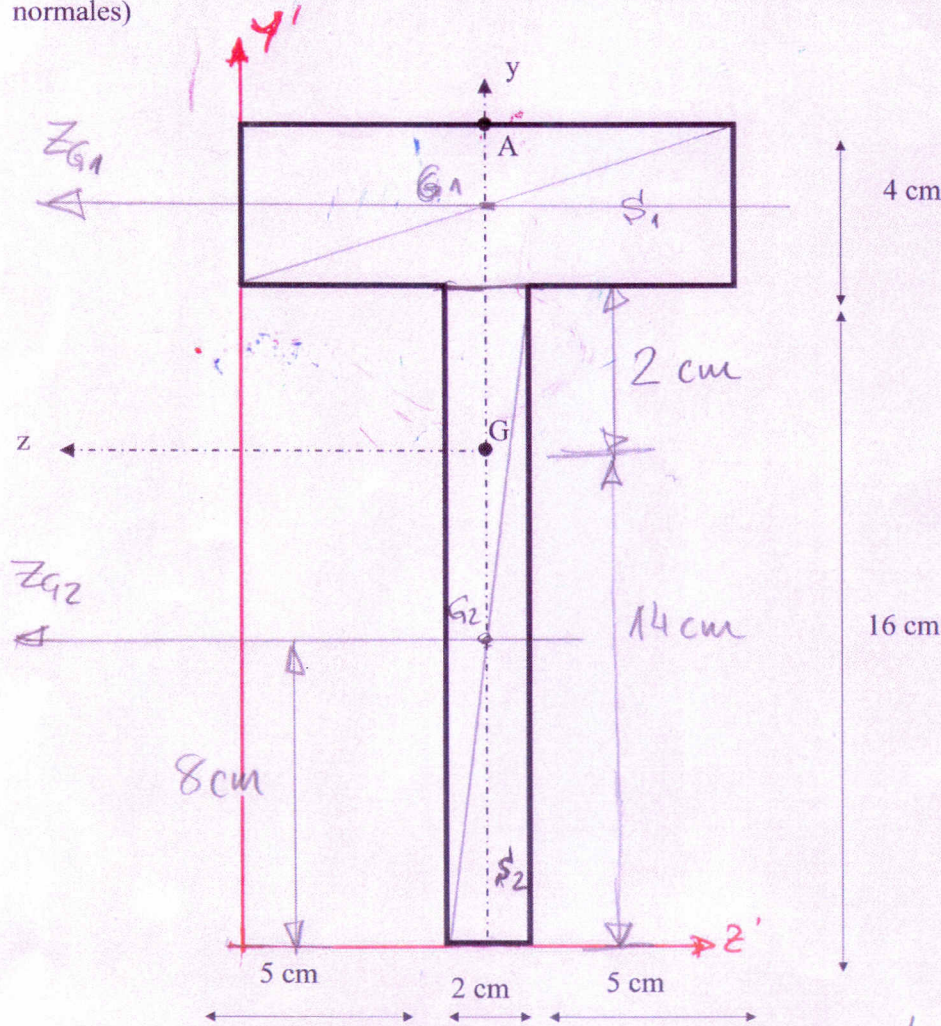
BARRA	N _j [N]	L _j [mm]	A [mm ²]	ΔL _j [mm]	NUDO E	
					N' _v	ΔL _j · N' _v [mm]
AC	75 · 10 ³	0,6 · 10 ³	500	1.23	+1.875	2.31
CE	75 · 10 ³	1,5 · 10 ³	500	3.08	+1.875	5.78
AB	0	0,8 · 10 ³	500	0	0	0
AD	50 · 10 ³	1 · 10 ³	500	1.37	1.25	1.71
BD	-105 · 10 ³	0,6 · 10 ³	1000	-0.86	-2.625	2.26
CD	0	0,8 · 10 ³	1000	0	0	0
DE	-85 · 10 ³	1,7 · 10 ³	1000	-1.98	-2.125	4.21

$v_c = 16.27 \text{ mm}$

EJERCICIO 3 (4 PUNTOS):

La sección de la figura está sometida a compresión excéntrica de 400 kN en el punto A. Se pide:

1. Calcular y dibujar el eje neutro
2. Determinar el valor de las máximas tensiones normales indicando en qué puntos de la sección se producen y si son de tracción o de compresión. (Dibujar un croquis de la distribución de tensiones normales)



VALORES GEOMÉTRICOS

POSICIÓN DEL CENTRO DE GRAVEDAD

$$y'_G = \frac{\sum S_i \cdot y_{G_i}}{\sum S_i} \text{ cm} \quad \left. \begin{array}{l} S_1 = 48 \text{ cm}^2 \\ S_2 = 32 \text{ cm}^2 \end{array} \right\}$$

$$y'_G = \frac{S_1 \times 18 \text{ cm} + S_2 \times 8 \text{ cm}}{S_1 + S_2} = \frac{48 \times 18 + 32 \times 8}{48 + 32} \text{ cm}$$

$$y'_G = 14 \text{ cm}$$

$$I_z = \left(\frac{1}{12} 12 \times 4^3 + 48 \times 4^2 \right) + \left(\frac{1}{12} 2 \times 16^3 + 32 \times 6^2 \right) \text{ cm}^4 =$$

$$= 2666,67 \text{ cm}^4 = 0,2667 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

1.- EN $\vec{P} = -400 \text{ kN } \vec{j} \Rightarrow N = -400 \text{ kN}$
 $M_z = 400 \text{ kN} \times 6 \times 10^{-2} \text{ m} = 24 \text{ kN} \cdot \text{m}$

COMPRESION EXCENTRICA

$$\sigma_x = \frac{N}{S} - \frac{M_z \cdot y}{I_z}; \text{ EJE NEUTRO } \sigma_x = 0$$

$$\frac{N}{S} - \frac{M_z \cdot y}{I_z} = 0 \Rightarrow y = \frac{N \cdot I_z}{S \cdot M_z}$$

$$y = \frac{-400 \times 0,2667 \times 10^{-4}}{80 \times 10^{-4} \times 24} \frac{\text{kN} \cdot \text{m}^4}{\text{m}^2 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}} = 0,0556 \text{ m}$$

EJE NEUTRO $\Rightarrow y = -5,56 \text{ cm}$

DIBUJO EN LA HOJA DEL ENUNCIADO

2.- EN $y = 6 \text{ cm}$ COMPRESION MÁXIMA

$$\sigma_x^{\text{max}} = \frac{N}{S} - \frac{M_z \cdot 6 \times 10^{-2}}{I_z} = \frac{-400 \times 10^3}{80 \times 10^{-4}} (\text{Pa}) - \frac{24 \times 10^3 \times 6 \times 10^{-2}}{0,2667 \times 10^{-4}} =$$

$$= -50 \times 10^6 - 54 \times 10^6 \text{ Pa} \Rightarrow \sigma_x^{\text{max}} = -104 \text{ MPa}$$

EN $y = -14 \text{ cm}$ TRACCION MÁXIMA

$$\sigma_x^{\text{tmax}} = \frac{N}{S} + \frac{M_z \cdot 14 \times 10^{-2}}{I_z} = (-50 + 126) \times 10^6 \text{ Pa}$$

$$\sigma_x^{\text{tmax}} = 76 \text{ MPa}$$

